Řešení 3. kola korespondenčního matematického semináře 2008/09

1.

Cenu sešitu označme *s* a cenu propisky *p*. Platí, že $4s+7p = 185$. Po úpravě $p = \frac{185-4s}{7}$ a tedy číslo 185-4s musí být číslo dělitelné sedmi. Pro přehlednost sestavíme tabulku, do které zaznamenáme jen celočíselné výsledky pro p:

s	1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10	11	12	**13**	14	15	16	17	18	19
$p = \frac{185-4s}{7}$	$p \notin N$	-	-	-	-	**23**	-	-	-	-	-	-	**19**	-	-	-	-	-	-

atd. Po doplnění dalších sloupečků tabulky zjistíme, že uvedenému zadání vyhovují uspořádané dvojice $[s, p]$: $\{[6,23],[13,19],[20,15],[27,11],[34,7],[41,3]\}$

2.

Délka jedné polokružnice $l_1 = \pi r$, délka původní je $2r$. Tedy : $\frac{l_1}{2r} = \frac{\pi r}{2r} \Rightarrow$ každá vlna se natažením prodlouží $\frac{\pi}{2}$ krát.

3.

Situaci zapíšeme pomocí rozvinutého dekadického zápisu a rovnice:

$10x + 1 = 4{,}5(10 + x)$

$10x + 1 = 45 + 4{,}5x$

$5.5x = 44$

$x = 8$

4.

Úlohu lze řešit pomocí vztahů mezi obvodovými a středovými úhly příslušnými k témuž oblouku: Velikost středového úhlu je dvojnásobkem velikosti obvodového úhlu příslušného k témuž oblouku. Středový úhel příslušný k oblouku „ jedna hodina“ má velikost $360 : 12 = 30$. Úhel 4S11 je středový o velikosti $5 \cdot 30 = 150$ a tedy obvodový u vrcholu 8 je 75º. Dále například středový úhel 4S8 má $4 \cdot 30 = 120$, obvodový u vrcholu 11 má velikost 120:2=60º. Úhel u vrcholu 4 dopočteme $180 - 60 - 75 = 45\,^{o}$. (S je střed kružnice trojúhelníku opsané.)

5.

V krychli ABCDEFGH je vzdálenost hran AE a CG rovna vzdálenosti délky úsečky AC, jejíž velikost je $\sqrt{2}a$, kde *a* je délka hrany krychle.Tedy $4\sqrt{2}$.